

Derivace elementárních funkcí a pravidla pro derivace

Derivace elementárních funkcí

$f(x)$	$f'(x)$
$y = c, \quad c \in \mathbb{R}$	$y' = 0$
$y = x^n \quad n \in \mathbb{R}$	$y' = n \cdot x^{n-1} \quad n \in \mathbb{R}$
$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$y = \frac{1}{x}$	$y' = -\frac{1}{x^2}$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = a^x \quad n \in \mathbb{R}^+$	$y' = a^x \cdot \ln a \quad n \in \mathbb{R}^+$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$
$y = \log_a x \quad a \in \mathbb{R}^+, a \neq 1$	$y' = \frac{1}{x \cdot \ln a} \quad a \in \mathbb{R}^+, a \neq 1$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = \operatorname{tg} x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$y = \operatorname{cotg} x$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$y = \arcsin x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \arccos x$	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \operatorname{arctg} x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$
$y = \operatorname{arccotg} x$	$y' = -\frac{1}{1+x^2}$

Definice, věty o derivaci funkce

Definice: Nechť f je funkce definovaná v okolí bodu $x_0 \in \mathbb{R}$. Potom limitu (pokud tato limita existuje!):

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

nazýváme *derivace funkce f v bodě x_0* . Značíme f' .

Poznámka 1 (geometrický význam derivace): *Hodnota derivace funkce f v bodě x_0 udává **směrnici tečny grafu funkce f v bodě x_0** .*

Poznámka 2: *V některých případech je výhodnější využít tvar*

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Věta 1 (Derivace početních operací s funkcemi): *Nechť $f(x)$ a $g(x)$ jsou funkce a $f'(x)$ a $g'(x)$ jsou jejich derivace. Potom platí:*

a. $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$

b. $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

c. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$

Věta 2 (Derivace složené funkce): *Nechť $F(x) = f(g(x))$, kde $f(x)$ a $g(x)$ jsou funkce. Potom pro derivaci $F'(x)$ funkce $F(x)$ platí:*

$$F'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$